

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»  
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)**

**ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ**

Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

**ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Рабочая программа дисциплины

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика  
Направленность (профиль) Математика информационных сред

Уровень квалификации выпускника - бакалавр

Форма обучения - очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2019

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ  
Рабочая программа дисциплины

Составители:

Д. пед. н., профессор, зав. кафедрой фундаментальной и прикладной математики  
*В.К. Жаров*

к.пед.н., доцент *А.А. Бастрон*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
фундаментальной и прикладной математики  
№ 13 от 28.06.19

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

### **1. Пояснительная записка**

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

### **2. Структура дисциплины**

### **3. Содержание дисциплины**

### **4. Образовательные технологии**

### **5. Оценка планируемых результатов обучения**

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

### **9. Методические материалы**

9.1. Планы практических занятий

## **Приложения**

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

*Цель дисциплины:* использование пакетов прикладных программ для решения задач приближенными методами уравнений математической физики

*Задачи:* обучение студентов решению задач, представлению решений полным графическим пакетом, оцениванию полученных решений, представлению прогнозов.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ПКУ-1. Способен проводить систематизацию, алгоритмизацию конкретных информационных потоков по месту научных исследований, производственной деятельности	ПКУ-1.1. Переформулирует задачи, данные на естественных языках конкретного научного знания на необходимый язык математики; формулирует теоремы	<p><i>Знать:</i> основные типы уравнений математической физики и методы их вывода из физических моделей; методы приближенного решения базовых уравнений математической физики.</p> <p><i>Уметь:</i> производить оценку качества полученных решений прикладных задач; решать уравнения с частными производными первого порядка, уравнения диффузии (теплопроводности), волновое уравнение с постоянными коэффициентами</p> <p><i>Владеть:</i> пакетами прикладных программ для решения уравнений математической при анализе математических моделей реальных систем; навыками математической формализации прикладных задач; анализа и интерпретации решений соответствующих моделей.</p>
	ПКУ-1.3. В достаточной степени владеет культурой доказательств математических положений.	<p><i>Знать:</i> основные типы уравнений математической физики и методы их вывода из физических моделей; методы приближенного решения базовых уравнений математической физики.</p> <p><i>Уметь:</i> производить оценку качества полученных решений прикладных задач; решать уравнения с частными производными первого порядка, уравнения диффузии (теплопроводности), волновое уравнение с постоянными коэффициентами</p> <p><i>Владеть:</i> пакетами прикладных программ для решения уравнений математической при анализе математических моделей реальных систем; навыками математической формализации прикладных задач; анализа и интерпретации решений соответствующих моделей.</p>

### 1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Приближенные методы решения уравнений математической физики» относится к факультативным дисциплинам учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): Математический анализ, Линейная алгебра, Дифференциальные уравнения, Функциональный анализ, Уравнения математической физики, Символьные методы решения дифференциальных уравнений.

В результате освоения дисциплины формируются компетенции, необходимые для изучения следующих дисциплин и прохождения практик: Методы принятия решений, Квантовые вычисления и квантовая криптография, Математическое моделирование, Научно-исследовательская работа.

## 2. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 72 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 28 ч., самостоятельная работа обучающихся 44ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Основные уравнения математической физики и прикладные пакеты программ	6	2	4		8	Участие в дискуссии на практическом занятии реферат
2	Уравнения гиперболического типа	6	4	4		10	Опрос Расчётно-графическая работа Участие в дискуссии на практическом занятии реферат
3	Уравнения параболического типа	6	2	6		10	Опрос Участие в дискуссии на практическом занятии реферат
4	Уравнения эллиптического типа	6	2	2		10	Опрос Участие в дискуссии на практическом занятии реферат
5	Зачёт	6		2		8	Ответы на вопросы
	<b>Итого:</b>		<b>10</b>	<b>18</b>		<b>44</b>	

### 3. Содержание дисциплины

#### Общая характеристика:

При изучении дисциплины «Приближенные методы решения уравнений математической физики» применяются универсальные математические пакеты (Maple, Mathematica, Mathlab, Mathcad) для решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Команды и графический интерфейс пакетов используются для математического моделирования уравнений в частных производных для решения широкого класса прикладных задач.

#### Тема 1. Основные уравнения математической физики

Понятие дифференциального уравнения с частными производными и его решения. Системы уравнений с частными производными. Линейные, квазилинейные, однородные и неоднородные уравнения. Принцип суперпозиции решений. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнение диффузии. Уравнение Лапласа. Классификация уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Пакеты прикладных программ. Классификация пакетов для решения типовых уравнений.

#### Тема 2. Уравнения гиперболического типа

Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых задач. Интеграл энергии. Вывод уравнения малых продольных колебаний стержня. Постановка краевых задач. Интеграл энергии. Задача Коши для волнового уравнения с одной пространственной переменной. Бегущие волны. Формула Даламбера и ее геометрический смысл. Корректность постановки задачи Коши. Краевые задачи для волнового уравнения на полупрямой. Их решение с помощью формулы Даламбера. Метод разделения переменных на примере уравнения малых поперечных колебаний струны. Стоячие волны. Уравнение свободных колебаний струны. Неоднородное уравнение.

#### Тема 3. Уравнения параболического типа

Вывод уравнения теплопроводности в трехмерном случае. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности, уравнения Лапласа и уравнения Пуассона. Одномерное уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач. Принцип максимума. Теорема единственности решения первой краевой задачи. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Однородная краевая задача. Функция мгновенного источника. Неоднородное уравнение теплопроводности. Решение задачи Коши. Распространение тепла в ограниченных телах. Остывание однородного шара. Распространение тепла в прямоугольной пластине. Метод конечных разностей. Конечно-разностная замена уравнений с частными производными. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Задача Дирихле для уравнения Лапласа.

#### Тема 4. Уравнения эллиптического типа

Уравнения Лапласа и Пуассона в пространстве. Теорема максимума. Фундаментальное решение. Формула Грина. Потенциалы объема, простого слоя и двойного слоя. Их свойства. Основные свойства гармонических функций. Построение решения уравнения Пуассона. Решение задачи Дирихле для шара. Функция Грина для задачи Дирихле. Задачи Дирихле и Неймана для полупространства. Теоремы единственности решений задач Дирихле и Неймана. Построение решений задач Дирихле и Неймана. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям. Постановка задач и единственность их решений. Интегральные уравнения для краевых задач. Уравнения Лапласа и Пуассона на плоскости.

Основные задачи. Логарифмический потенциал. Теоремы Фредгольма и решение задач Дирихле и Неймана.

#### 4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1.	Основные уравнения математической физики и прикладные пакеты программ	Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора лекция-беседа  Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков  Дистанционный курс в сети Интернет, Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков. Консультирование и проверка индивидуальных заданий посредством электронной почты
2.	Уравнения гиперболического типа	Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора  Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков  Дистанционный курс в сети Интернет, Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков. Консультирование и проверка индивидуальных заданий посредством электронной почты
3.	Уравнения параболического типа	Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора  Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков  Дистанционный курс в сети Интернет, Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков. Консультирование и проверка индивидуальных заданий посредством электронной почты
4.	Уравнения эллиптического типа	Лекции  Практические занятия  Самостоятельная работа	Лекция-визуализация с применением слайд-проектора  Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков  Дистанционный курс в сети Интернет, Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений,

			навыков. Консультирование и проверка индивидуальных заданий посредством электронной почты
--	--	--	---

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - Опрос (тема 3-4) - Расчётно-графическая работа (РГР) - Участие в дискуссии на практическом занятии (тема 1-4) - Реферат	2 балла 28 баллов 14 баллов 6 баллов	6 баллов 28 баллов 14 баллов 12 баллов
Промежуточная аттестация Ответы на вопросы		40 баллов
<b>Итого за семестр (дисциплину)</b> Зачёт		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала	Шкала ECTS	
95 – 100	отлично	A	
83 – 94		B	
68 – 82	хорошо	зачтено	
56 – 67	удовлетворительно		C
50 – 55			D
20 – 49	неудовлетворительно	E	
0 – 19		не зачтено	FX
		F	

### 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A, B	«зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
82-68/ С	«зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и, по существу, излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D, E	«зачтено»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F, FX	не зачтено	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### Текущий контроль

#### *Примерные темы рефератов*

1. Задача колебания струны, натянутой на полусферу.

2. Задача распространения тепла в полном цилиндре.
3. Задача распространения тепла в пластине с каверной.
4. Задача Дирихле для параллелепипеда.
5. Уравнение Шредингера

### *Примерные задания для расчетно-графической работы*

1. 17.105 [Доп,1]
2. 17.108 [Доп,1]
3. 17.116 [Доп,1]
4. 17.122 [Доп,1]

### **Промежуточная аттестация**

#### *Примерные контрольные вопросы*

1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными и его решения. Линейные и квазилинейные уравнения. Принцип суперпозиции решений.
2. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнение диффузии. Уравнение Лапласа.
3. Классификация уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Уравнения характеристик. Канонические формы уравнений.
4. Классификация уравнений второго порядка со многими независимыми переменными в точке. Характеристические поверхности.
5. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения второго порядка. Классификация краевых задач. Задача Коши.
6. Краевая задача для уравнений эллиптического типа. Смешанная задача. Корректность постановки задач математической физики. Теорема Ковалевской. Пример Адамара.
7. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых задач. Интеграл энергии.
8. Вывод уравнения малых продольных колебаний стержня. Постановка краевых задач. Интеграл энергии.
9. Задача Коши для волнового уравнения с одной пространственной переменной. Бегущие волны. Формула Даламбера и ее геометрический смысл.
10. Краевые задачи для волнового уравнения на полупрямой. Их решение с помощью формулы Даламбера.
11. Метод разделения переменных на примере уравнения малых поперечных колебаний струны. Стоячие волны. Уравнение свободных колебаний струны. Неоднородное уравнение. Общая первая краевая задача. Условия применимости метода Фурье решения краевой задачи для волнового уравнения.
12. Волновое уравнение с двумя пространственными переменными. Формула Пуассона.
13. Волновое уравнение с тремя пространственными переменными. Формула Кирхгофа.
14. Общее линейное уравнение второго порядка гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Функция Римана. Задача Гурса. Задача Коши.
15. Применение интегральных преобразований к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными. Понятие преобразований Лапласа, Фурье и Меллина.
16. Применение преобразования Фурье при построении глобального решения задачи Коши для уравнения колебаний струны.

17. Вывод уравнения теплопроводности в трехмерном случае. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности, уравнения Лапласа и уравнения Пуассона.
18. Одномерное уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач. Принцип максимума. Теорема единственности решения первой краевой задачи.
19. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Однородная краевая задача. Функция мгновенного источника. Неоднородное уравнение теплопроводности. Общая первая краевая задача.
20. Постановка задачи Коши-Дирихле и доказательство существования ее решения. Единственность и устойчивость решения задачи Коши-Дирихле. Краевые задачи для полуограниченной прямой.
21. Распространение тепла в пространстве. Фундаментальное решение. Решение задачи Коши. Распространение тепла в ограниченных телах. Остывание однородного шара.
22. Метод конечных разностей. Конечно-разностная замена уравнений с частными производными. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Задача Дирихле для уравнения Лапласа.
23. Уравнения Лапласа и Пуассона в пространстве. Теорема максимума. Фундаментальное решение. Формула Грина. Потенциалы объема, простого слоя и двойного слоя. Их свойства.
24. Основные свойства гармонических функций. Теорема о среднем арифметическом. Поведение гармонических функций на бесконечности.
25. Уравнение Пуассона в пространстве. Ньютонов потенциал. Теорема единственности. Построение решения уравнения Пуассона.
26. Решение задачи Дирихле для шара. Функция Грина для задачи Дирихле.
27. Задачи Дирихле и Неймана для полупространства. Теоремы единственности решений задач Дирихле и Неймана. Построение решений задач Дирихле и Неймана.
28. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям. Постановка задач и единственность их решений. Интегральные уравнения для краевых задач.
29. Уравнения Лапласа и Пуассона на плоскости. Основные задачи. Логарифмический потенциал.
30. Теоремы Фредгольма и решение задач Дирихле и Неймана.
31. Понятие дифференциального уравнения с частными производными и его решения. Линейные и квазилинейные уравнения. Принцип суперпозиции решений.
32. Волновое уравнение. Уравнение теплопроводности. Уравнение диффузии. Уравнение Лапласа.
33. Классификация уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Уравнения характеристик. Канонические формы уравнений.
34. Классификация уравнений второго порядка со многими независимыми переменными в точке. Характеристические поверхности.
35. Постановка основных краевых задач для дифференциального уравнения второго порядка. Классификация краевых задач. Задача Коши.
36. Краевая задача для уравнений эллиптического типа. Смешанная задача. Корректность постановки задач математической физики. Теорема Ковалевской. Пример Адамара.
37. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых задач. Интеграл энергии.
38. Вывод уравнения малых продольных колебаний стержня. Постановка краевых задач. Интеграл энергии.
39. Задача Коши для волнового уравнения с одной пространственной переменной. Бегущие волны. Формула Даламбера и ее геометрический смысл.
40. Краевые задачи для волнового уравнения на полупрямой. Их решение с помощью формулы Даламбера.

41. Метод разделения переменных на примере уравнения малых поперечных колебаний струны. Стоячие волны. Уравнение свободных колебаний струны. Неоднородное уравнение. Общая первая краевая задача. Условия применимости метода Фурье решения краевой задачи для волнового уравнения.
42. Волновое уравнение с двумя пространственными переменными. Формула Пуассона.
43. Волновое уравнение с тремя пространственными переменными. Формула Кирхгофа.
44. Общее линейное уравнение второго порядка гиперболического типа с двумя независимыми переменными. Функция Римана. Задача Гурса. Задача Коши.
45. Применение интегральных преобразований к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными. Понятие преобразований Лапласа, Фурье и Меллина.
46. Применение преобразования Фурье при построении глобального решения задачи Коши для уравнения колебаний струны.
47. Вывод уравнения теплопроводности в трехмерном случае. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности, уравнения Лапласа и уравнения Пуассона.
48. Одномерное уравнение теплопроводности. Постановка краевых задач. Принцип максимума. Теорема единственности решения первой краевой задачи.
49. Метод разделения переменных для уравнения теплопроводности. Однородная краевая задача. Функция мгновенного источника. Неоднородное уравнение теплопроводности. Общая первая краевая задача.
50. Постановка задачи Коши-Дирихле и доказательство существования ее решения. Единственность и устойчивость решения задачи Коши-Дирихле. Краевые задачи для полуограниченной прямой.
51. Распространение тепла в пространстве. Фундаментальное решение. Решение задачи Коши. Распространение тепла в ограниченных телах. Остывание однородного шара.
52. Метод конечных разностей. Конечно-разностная замена уравнений с частными производными. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности. Задача Дирихле для уравнения Лапласа.
53. Уравнения Лапласа и Пуассона в пространстве. Теорема максимума. Фундаментальное решение. Формула Грина. Потенциалы объема, простого слоя и двойного слоя. Их свойства.
54. Основные свойства гармонических функций. Теорема о среднем арифметическом. Поведение гармонических функций на бесконечности.
55. Уравнение Пуассона в пространстве. Ньютонов потенциал. Теорема единственности. Построение решения уравнения Пуассона.
56. Решение задачи Дирихле для шара. Функция Грина для задачи Дирихле.
57. Задачи Дирихле и Неймана для полупространства. Теоремы единственности решений задач Дирихле и Неймана. Построение решений задач Дирихле и Неймана.
58. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям. Постановка задач и единственность их решений. Интегральные уравнения для краевых задач.
59. Уравнения Лапласа и Пуассона на плоскости. Основные задачи. Логарифмический потенциал.
60. Теоремы Фредгольма и решение задач Дирихле и Неймана.

## **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **6.1. Список источников и литературы**

#### **Литература**

##### *Основная*

1. Тихонов А. Н. Уравнения математической физики: учебник для студентов физ.-мат. специальностей ун-тов / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 7-е изд. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2004: Наука. – 798 с.: рис. - (Классический университетский учебник).

#### Дополнительная

1. Сборник задач по высшей математике для вузов. Методы оптимизации. Уравнения в частных производных. Интегральные уравнения. Ч.4 под ред. Ефимова А.В. М.: Наука. 1990. – 304 с.
2. Аладьев В. З. Системы компьютерной алгебры: MAPLE: искусство программирования / В. З. Аладьев. - М.: Лаб. базовых знаний, 2006. - 791 с.
3. Владимиров В. С. Уравнения математической физики: Учебник для вузов / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. - 2-е изд., стер. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 400 с.: 60x90 1/16. (переплет) ISBN 978-5-9221-0310-7, 1500 экз. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/169279>
4. Лекции по численным методам математической физики: Уч.пос./ М.В.Абакумов, А.В.Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова. Факультет вычисл. математике и кибернетики. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с.: 60x88 1/16. - (ВО:Бакалавр.). (о) ISBN 978-5-16-006108-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/364601>
5. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления : учеб. пособие для вузов / Н. С. Пискунов. - Изд. 13-е. - М.: Наука, 1985. - Ч. 2. - 1985. - 560 с.
6. Сборник задач по высшей математике: с контрольными работами: 2 курс: Ряды и интегралы. Векторный и комплексный анализ. Дифференциальные уравнения. Теория вероятностей. Операционное исчисление / К. Н. Лунгу [и др.] ; под ред. С. Н. Федина. - 6-е изд.. - М.: Айрис-пресс, 2007. - 589 с.
7. Сборник задач по уравнениям с частными производными / [Т. Д. Ветцель и др.]; под ред. А. С. Шамаева. - М.: БИНОМ, Лаб. знаний, 2005. - 158 с.

#### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
2. Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будак, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/pde.htm> (Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ)

#### Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global

	SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
4	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- для лекций:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

### Перечень программного обеспечения (ПО)

№п/п	Наименование ПО	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	лицензионное
2	Windows XP / Windows 7 / Windows 10	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	лицензионное

- для практических занятий:

- лаборатория или компьютерный класс,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук для преподавателя,
- компьютеры для обучающихся,
- выход в Интернет,
- программное обеспечение (ПО).

### Перечень программного обеспечения (ПО)

Наименование ПО	Способ распространения
Windows XP или Windows 7	лицензионное
Microsoft office 2010 Pro	лицензионное
Microsoft Visual Studio 2005	лицензионное
Mozilla Firefox	свободно распространяемое
Matlab	лицензионное
Mathcad Education - University edition	лицензионное
Kaspersky Endpoint Security	лицензионное

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
  - обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
  - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
  - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.
- для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;
  - дисплеем Брайля PAC Mate 20;
  - принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
  - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы практических занятий

#### **Тема №1. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка.**

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава I § 1 № 3, 5, 7, 9, 13, 17, 21; Глава 1 § 2 № 25, 27
Домашнее задание:	Глава I § 1 № 2, 6, 8, 10, 12, 16, 22; Глава 1 § 2 № 24, 26
Дополнительно:	Глава I § 1 № 14, 15, 18, 19; Глава 1 § 2 № 28, 29

*Контрольные вопросы:*

1. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка для функции двух независимых переменных.
2. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка с постоянными коэффициентами для функции более двух независимых переменных.
3. Области гиперболичности, параболичности и эллиптичности.

#### **Тема №2. Физические задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Постановка краевых задач.**

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории:	Глава II § 1 № 1, 15, 23, 33, 50
Домашнее задание:	Глава II § 1 № 2, 16, 24, 34, 51
Дополнительно:	Глава II § 1 № 3, 4, 7, 17, 37

*Контрольные вопросы:*

1. Свободные колебания в среде без сопротивления.
2. Возмущенные колебания.

3. Колебания в среде с сопротивлением.
4. Кусочно-однородные среды.
5. Сосредоточенные факторы.

### **Тема №3. Метод распространяющихся волн (метод Даламбера).**

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории: Глава II § 2 № 52, 59, 69, 78  
 Домашнее задание: Глава II § 2 № 53, 61, 70, 79  
 Дополнительно: Глава II § 2 № 54, 62, 71, 87

*Контрольные вопросы:*

1. Задачи для бесконечной струны (стержня).
2. Задачи для полупрямой.
3. Кусочно-однородные среды.
5. Сосредоточенные факторы.

### **Тема №4. Метод разделения переменных для уравнений гиперболического типа.**

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории: Глава II § 3 № 99, 110, 122, 126, 132, 138, 141, 164  
 Домашнее задание: Глава II § 3 № 100, 111, 120, 127, 135, 139, 142, 165  
 Дополнительно: Глава II § 3 № 102, 109, 124, 128, 136, 140, 145, 166

*Контрольные вопросы:*

1. Метод разделения переменных.
2. Свободные колебания в среде без сопротивления.
3. Свободные колебания в среде с сопротивлением.
4. Возмущенные колебания.
5. Колебания при неоднородности сред.

### **Тема №5. Физические задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Постановка краевых задач.**

Из книги: Сборник задач по математической физике: учебное пособие для университетов / Б. М. Будаков, А. А. Самарский, А. Н. Тихонов. – 3-е изд. – М.: Наука, 1979. – 688 с. [2, п.6.2]:

Задачи для решения в аудитории: Глава III § 1 № 1, 10, 12, 18  
 Домашнее задание: Глава III § 1 № 3, 8, 14, 19  
 Дополнительно: Глава III § 1 № 4, 6, 13, 20

*Контрольные вопросы:*

1. Законы теплопроводности и диффузии.
2. Диссипативные уравнения для однородных сред. Начальные и граничные условия.
3. Неоднородные среды и условия сопряжения. Кусочно-однородные среды.
4. Сосредоточенные факторы.
5. Подобие краевых задач.

### **Тема №6. Применение численного дифференцирования.**

Из книги: Практикум по численным методам в вычислительных средах Matlab и Mathcad. Бастрон А. А., Охупкина Е.П. - Москва: РГГУ, 2019. - 162 с. - Режим доступа: <http://elib.lib.rsuh.ru/elib/>

Задачи для решения в аудитории:

Задание 1.

**Вычислите значение первой производной функции, заданной таблично, используя интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона, и оцените погрешности методов. Составьте функцию, позволяющую находить значение первой производной в данных точках  $x_i$  и в любой промежуточной точке с помощью прикладных программ:**

- 1) Mathcad;
- 2) Matlab

<b>F(x)</b>	<b>[a, b]</b>
<b><math>\ln(x) - 0.34</math></b>	<b>[2; 3]</b>

*Контрольные вопросы:*

1. В каких случаях используют численное дифференцирование?
2. В чем особенность задачи численного дифференцирования?
3. Графическая интерпретация численного дифференцирования.
4. Интерполяционная формула Лагранжа для равноотстоящих узлов.
5. Формула численного дифференцирования на основе интерполяционной формулы Лагранжа.
6. Формула для оценки погрешности численного дифференцирования по формуле Лагранжа.
7. Формула численного дифференцирования на основе интерполяционных формул Ньютона.
8. Формула для оценки погрешности численного дифференцирования по формулам Ньютона.
9. Как влияет на точность численного дифференцирования величина шага  $h$ ?

### **Тема №7. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.**

Из книги: Практикум по численным методам в вычислительных средах Matlab и Mathcad. Бастрон А. А., Охупкина Е.П. - Москва: РГГУ, 2019. - 162 с. - Режим доступа: <http://elib.lib.rsuh.ru/elib/>

Задачи для решения в аудитории:

Задание 1.

**Решить задачу Коши для ДУ  $y' = f(x, y)$  на отрезке  $[a, b]$  при заданном НУ  $y(a) = c$  и шаге интегрирования  $h$ :**

- 1) методом Эйлера с шагом  $h$  и  $h/2$ ;
- 2) методом Рунге-Кутты с шагом  $h$  и  $2h$ ;
- 3) методом Адамса;
- 4) методом Пикара.

с помощью прикладных программ:

- 1) Mathcad;
- 2) Matlab

**Данные для анализа:**

$f(x, y) = x + \cos(y/\sqrt{11})$  на отрезке [2.1; 3.1], начальное условие  $y(2.1) = 2.5$ , шаг  $h = 0.1$ .

*Контрольные вопросы:*

1. Опишите решение задачи Коши для дифференциальных уравнений первого порядка.
2. Поясните графическую интерпретацию численного решения дифференциальных уравнений.
3. Приведите классификацию методов решения дифференциальных уравнений в зависимости от формы представления решения.
4. Опишите принцип сжимающих отображений.
5. Приведите рекуррентную формулу метода Пикара.
6. Опишите метод ломанных Эйлера.
7. Какие формулы необходимо применять для получения значений искомой функции по методу Эйлера?
8. В чем состоит отличие графических интерпретаций метода Эйлера и усовершенствованного метода Эйлера?
9. Опишите метод Рунге-Кутты.

### **Тема №8. Применение численного решения дифференциальных уравнений в частных производных.**

Из книги: Практикум по численным методам в вычислительных средах Matlab и Mathcad. Бастрон А. А., Охапкина Е.П. - Москва: РГГУ, 2019. - 162 с. - Режим доступа: <http://elib.lib.rsuh.ru/elib/>

Задачи для решения в аудитории:

Задание 1.

**Используя метод сеток, составьте функцию, реализующую решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа эллиптического вида**

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$  с заданными НУ и с шагом  $h = 1$ . Уточнение решения необходимо производить до сотых долей с помощью процесса Либмана с помощью прикладных программ:

- 1) Mathcad;
- 2) Matlab

**Данные для анализа:**

$x^2 + y^2 = 16$ ,  $u(x, y): 0.5|x| + |y|$ .

Задание 2.

**Используя метод сеток, составьте функцию, реализующую решение смешанной задачи для ДУ параболического типа:**

$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  при заданных НУ:  $u(x, 0) = f(x)$ ,  $u(0, t) = \varphi(t)$ ;  $u(0.6, t) = \Psi(t)$ , где  $x \in [0; 0.6]$ .

**Решение выполните при  $h = 0.1$  для  $t \in [0; 0.01]$  с тремя десятичными знаками, считая  $\delta = 1/6$  [13] с помощью прикладных программ:**

- 1) Mathcad;
- 2) Matlab

**Данные для анализа:**  $f(x) = \ln(x + 0.26) + 1$ ,  $(t): 0.415 + t$ ,  $\Psi(t) = 0.9345$ .

Задание 3.

**Используя метод сеток, составьте функцию, реализующую решение смешанной задачи для уравнения колебания струны:**

$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$  с НУ:  $u(x, 0) = f(x)$ ,  $u_t(x, 0) = \Phi(x)$ , где  $x \in [0; 1]$  и ГУ:  $u(0, t) = \varphi(t)$ ;  $u(1, t) = \Psi(x)$ . Решение выполните с шагом  $h = 0.1$ , определяя значения функции  $u(x, t)$  с четырьмя десятичными знаками, причем  $0 \leq t \leq 0.5$  [13] с помощью прикладных программ:

- 1) Mathcad;
- 2) Matlab

**Данные для анализа:** НУ и ГУ –  $f(x) = (x + 0.5) \sin(\pi x/2)$ ,  $\Phi(x) = 1 + x^2$ ,  $\varphi(t) = 1$ ,  $\Psi(t) = 1.2(t + 2)$ .

*Контрольные вопросы:*

1. Дайте определение дифференциальным уравнениям в частных производных. Опишите решение дифференциальных уравнений в частных производных.
2. Дайте определение линейным дифференциальным уравнениям в частных производных.
3. Перечислите типы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, а также условия их классификации.
4. Приведите примеры простейших дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического и параболического типов.
5. Каким образом решается задача Коши для дифференциальных уравнений в частных производных.
6. Каковы начальные и краевые условия для дифференциальных уравнений в частных производных?
7. Каким образом решаются краевая и смешанная задачи для дифференциальных уравнений в частных производных?
8. Опишите решение «задачи Дирихле» для уравнения Лапласа?
9. Дайте определение гармонических функций в теории дифференциальных уравнений в частных производных.
10. Перечислите методы численного решения дифференциальных уравнений в частных производных.
11. Поясните метод конечных разностей (сеток)?
12. При решении дифференциальных уравнений какие точки называются внутренними, граничными I и II рода?
13. Опишите решение задачи Дирихле методом сеток?
14. Напишите формулу, по которой при решении задачи Дирихле методом сеток находятся значения функции во внутренних и внешних (граничных) узлах.
15. При решении задачи Дирихле методом сеток каким образом выполняется грубое приближение искомых значений?
16. Опишите процесс усреднения Либмана.
17. Опишите процесс решения задачи Дирихле методом сеток.

18. Какую формулу необходимо использовать при расчете значения искомой функции во внутренних узлах сетки, при решении уравнения теплопроводности?
19. Опишите алгоритм решения уравнения теплопроводности методом сеток.

## Приложения

### Приложение 1

#### АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Приближенные методы решения задач математической физики» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

*Цель дисциплины:* использование пакетов прикладных программ для решения задач приближенными методами уравнений математической физики

*Задачи:* обучить студентов решению задач, представлять решения полным графическим пакетом, оценивать полученные решения, представлять прогнозы.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ПКУ-1. Способен проводить систематизацию, алгоритмизацию конкретных информационных потоков по месту научных исследований, производственной деятельности

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* основные типы уравнений математической физики и методы их вывода из физических моделей; методы приближенного решения базовых уравнений математической физики.

*Уметь:* производить оценку качества полученных решений прикладных задач; решать уравнения с частными производными первого порядка, уравнения диффузии (теплопроводности), волновое уравнение с постоянными коэффициентами.

*Владеть:* пакетами прикладных программ для решения уравнений математической при анализе математических моделей реальных систем; навыками математической формализации прикладных задач; анализа и интерпретации решений соответствующих моделей.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме зачета.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1	Приложение к листу изменений №1	22.06.20	13

**1. Структура дисциплины (п.2 для набора 2020г.)**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 з.е., 76 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 28 ч., самостоятельная работа обучающихся 48ч.

Таблица 1

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Основные уравнения математической физики и прикладные пакеты программ	6	2	4		10	Участие в дискуссии на практическом занятии реферат
2	Уравнения гиперболического типа	6	4	4		10	Опрос Расчётно-графическая работа Участие в дискуссии на практическом занятии реферат
3	Уравнения параболического типа	6	2	6		10	Опрос Участие в дискуссии на практическом занятии реферат
4	Уравнения эллиптического типа	6	2	2		10	Опрос Участие в дискуссии на практическом занятии реферат
5	Зачёт	6		2		8	Ответы на вопросы
	<b>Итого:</b>		<b>10</b>	<b>18</b>		<b>48</b>	

**2. Образовательные технологии (к п.4 на 2020г.)**

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

### 3. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п. 6.2 на 2020г.)

Таблица 2

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

### 4. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2020г.)

- для лекций:

Таблица 3

Наименование ПО	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
Microsoft Office 2010 Pro	лицензионное
Windows XP / Windows 7 / Windows 10	лицензионное
Kaspersky Endpoint Security	лицензионное
Zoom	лицензионное

- для практических занятий:

Таблица 4

Наименование ПО	Способ распространения
Windows XP / Windows 7 / Windows 10	лицензионное
Microsoft office 2010 Pro	лицензионное
Microsoft Visual Professional	лицензионное
Mozilla Firefox	свободно распространяемое
Matlab	лицензионное
Mathcad Education - University edition	лицензионное
Kaspersky Endpoint Security	лицензионное
Zoom	лицензионное

