

МИНОБРНАУКИ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Российский государственный гуманитарный университет»**  
**(ФГБОУ ВО «РГУ»)**

**ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ**  
Факультет информационных систем и безопасности  
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

## **ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика  
Направленность (профиль) Математика информационных сред

Уровень квалификации выпускника - бакалавр  
Форма обучения - очная

РПД адаптирована для лиц  
с ограниченными возможностями  
здоровья и инвалидов

Москва 2019

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ  
Рабочая программа дисциплины

Составитель(и):

кандидат физ.-мат. наук, доц., доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики *Синицын В.Ю.*,  
доктор физ.-мат. наук, проф. *Пресман Э.Л.*

Ответственный редактор

доктор пед. наук, проф., заведующий кафедрой фундаментальной и прикладной математики *Жаров В.К.*

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры  
фундаментальной и прикладной математики  
№ 13 от 28.06.19

## **ОГЛАВЛЕНИЕ**

### **1. Пояснительная записка**

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

### **2. Структура дисциплины**

### **3. Содержание дисциплины**

### **4. Образовательные технологии**

### **5. Оценка планируемых результатов обучения**

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценок

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### **6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

### **7. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

### **9. Методические материалы**

9.1. Планы практических занятий

## **Приложения**

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

## 1. Пояснительная записка

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

*Цель дисциплины:* формирование у будущих специалистов по прикладной математике базовых представлений о теории вероятностей под углом зрения их практического использования в различных областях научных исследований и инженерной практики.

*Задачи дисциплины:* обучение слушателей элементам математического моделирования с использованием основных понятий, теорем и методов теории вероятностей и приобретение студентами базовых навыков работы с применением специальных программных средств.

### 1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.1. Определяет и анализирует существенные элементы информационных систем;	<p><i>Знать:</i> алгебру случайных событий, основные характеристики случайных величин, часто используемые законы распределения; закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей</p> <p><i>Уметь:</i> вычислять вероятности случайных событий, анализировать и моделировать законы распределения случайных величин и определять их характеристики, применять основные теоремы теории вероятностей</p> <p><i>Владеть:</i> вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных задач</p>
	ОПК-2.2. Осуществляет поиск и применяет программное обеспечение для проведения вычислительных экспериментов;	<p><i>Знать:</i> алгебру случайных событий, основные характеристики случайных величин, часто используемые законы распределения; закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей</p> <p><i>Уметь:</i> вычислять вероятности случайных событий, анализировать и моделировать законы распределения случайных величин и определять их характеристики, применять основные теоремы теории вероятностей</p> <p><i>Владеть:</i> вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных задач</p>



№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Математические модели случайных явлений	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
2	Схема независимых испытаний Бернулли	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий Контрольная работа №1
3	Понятие случайной величины	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
4	Основные характеристики случайных величин	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий Контрольная работа №2
5	Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
6	Производящие и характеристические функции случайных величин	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
7	Средства компьютерной реализации вероятностных моделей	3		8		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
	Экзамен	3			18		экзамен по билетам итоговая контрольная работа
	<b>Итого:</b>		<b>24</b>	<b>32</b>	<b>18</b>	<b>70</b>	

### 3. Содержание дисциплины

#### Тема 1. Математические модели случайных явлений

Роль математики при изучении закономерностей реального мира. Случайные события. Пространство элементарных исходов. Алгебра событий. Вероятность. Конечное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности и элементы комбинаторики. Счётное вероятностное пространство. Непрерывное вероятностное пространство. Статистическое определение вероятности. Компьютерная реализация вероятностного эксперимента.

#### Тема 2. Схема независимых испытаний Бернулли

Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий. Применение формулы полной вероятности. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Общее определение последовательности испытаний. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.

### **Тема 3. Понятие случайной величины**

Случайные величины, законы распределения и таблицы распределения в конечной схеме. Биномиальное, гипергеометрическое и равномерное распределение. Случайные величины в счётной схеме. Пуассоновское и геометрическое распределение. Случайные величины в общей схеме. Функции распределения. Равномерное, показательное и нормальное распределения. Распределения некоторых случайных величин, представляющих собой функции нормальных величин (распределения Фишера, хи-квадрат, Стьюдента). Многомерные законы распределения. Независимость случайных величин. Свёртка распределений.

### **Тема 4. Основные характеристики случайных величин**

Математическое ожидание в конечной схеме. Свойства математического ожидания и способы его вычисления. Математическое ожидание в счётной схеме. Математическое ожидание в общем случае. Математическое ожидание для основных распределений. Неравенство Чебышева для неотрицательных случайных величин. Определение и свойства дисперсии. Дисперсия для основных распределений. Определения и свойства ковариации и коэффициента корреляции.

### **Тема 5. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей**

Неравенство Чебышева для случайных величин с конечной дисперсией. Доказательство закона больших чисел с помощью неравенства Чебышева (Теорема Маркова, Чебышева, случай независимых одинаково распределённых случайных величин, теорема Бернулли). Центральная предельная теорема (случай независимых одинаково распределённых случайных величин, теорема Ляпунова). Понятие асимптотической нормальности.

### **Тема 6. Производящие и характеристические функции случайных величин**

Производящие функции целочисленных случайных величин. Мультипликативное свойство производящей функции для суммы независимых величин. Производящие функции моментов. Определение и свойства характеристических функций случайных величин.

### **Тема 7. Средства компьютерной реализации вероятностных моделей**

Общие сведения о среде статистических вычислений и языке программирования R. Моделирование вероятностного эксперимента. Генерирование псевдослучайных чисел. Комбинаторика. Вычисление вероятностей случайных событий: классический, геометрический и статистический подход. Использование встроенных функций основных законов распределения для решения вероятностных задач. Нахождение характеристик случайных величин.

## **4. Образовательные технологии**

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1	Математические модели случайных явлений	Лекции	Вводная лекция с использованием видеоматериалов и ресурсов сети Интернет,

		Практические занятия	лекция с применением проектора Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков
		Самостоятельная работа	Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
2	Схема независимых испытаний Бернулли	Лекции	Лекция-беседа с применением ИКТ
		Практические занятия	Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков
		Самостоятельная работа	Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
3	Понятие случайной величины	Лекции	Лекция-беседа с применением ИКТ
		Практические занятия	Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков
		Самостоятельная работа	Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
4	Основные характеристики случайных величин	Лекции	Лекция-беседа с применением ИКТ
		Практические занятия	Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков
		Самостоятельная работа	Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
5	Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей	Лекции	Лекция-беседа с применением ИКТ
		Практические занятия	Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков
		Самостоятельная работа	Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
6	Производящие и характеристические функции случайных величин	Лекции	Лекция-беседа с применением ИКТ
		Практические занятия	Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков
		Самостоятельная работа	Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач
7	Средства компьютерной реализации вероятностных моделей	Практические занятия	Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков
		Самостоятельная работа	Дистанционный курс в сети Интернет, решение задач

## 5. Оценка планируемых результатов обучения

### 5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль:		



- опрос	2 балла	10 баллов
- отчет по выполнению внеаудиторных заданий	2 балла	10 баллов
- контрольная работа (темы 1-2, 3-4)	20 баллов	40 баллов
<b>Промежуточная аттестация:</b>		
- ответы на вопросы билета	10 баллов	20 баллов
- итоговая контрольная работа	20 баллов	20 баллов
<b>Итого за семестр (дисциплину)</b>		100 баллов
<b>Экзамен</b>		

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82	хорошо		C
56 – 67			D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно		не зачтено
0 – 19		F	

## 5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ А, В	«отлично»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ С	«хорошо»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		<p>учётom результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D, E	«удовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F, FX	«неудовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.</p>

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

### Текущий контроль

*Примерные вопросы для опроса* см. п.9.1 Планы практических занятий, контрольные вопросы

#### *Примерные задания для контрольной работы №1:*

1. Номер машины состоит из 7 знаков: первые три – буквы, затем четыре цифры. Сколько всего существует разных номеров, если алфавит содержит 32 буквы?

- Студент знает 14 вопросов из 20. В билете содержится 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент ответит хотя бы на один из них.
- Экзамен у студента состоит из двух туров. В первом туре (письменная работа) ему предлагается решить 5 задач из 30. Студент в состоянии решить 25 задач из 30 и, если он решает хотя бы 3 задачи, то допускается ко второму туру (устное собеседование). Вероятность пройти второй тур для студента составляет 0,8. Чему равна вероятность успешного прохождения студентом обоих туров?
- Летчик катапультируется в местности, 60% которой занимают леса. Вероятность благополучного приземления в лесу равна 0,3, а в безлесной местности – 0,9. Какова вероятность благополучного приземления?
- Вероятность того, что новый товар будет пользоваться спросом на рынке, если конкурент не выпустит аналогичный продукт, равна 0,75, а при наличии конкурирующего товара равна 0,25. Вероятность выпуска конкурентом товара равна 0,35. Найти вероятность того, что товар будет иметь успех.
- В данный район изделия поставляются двумя фирмами в соотношении 5:8. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90%, второй – 85%. Взятое наугад изделие оказалось стандартным. Найти вероятность того, что оно изготовлено первой фирмой.

**Примерные задания для контрольной работы №2:**

- В ходе аудиторской проверки компании аудитор случайным образом отбирает 5 счетов. Найти вероятность того, что он обнаружит ровно 1 счет с ошибкой, если ошибки содержат в среднем 3% счетов.
- В банк прибыло 1000 пятидесятирублевых купюр. Какова вероятность того, что среди них окажется 5 фальшивых, если 0,1 % купюр фальшивые. Выписать точную формулу и найти приближенное значение используя пуассоновское приближение.
- В данном регионе кандидата в парламент поддерживает 60% населения. При опросе общественного мнения было выбрано 1000 человек. С какой вероятностью можно утверждать, что в этой выборке доля избирателей, поддерживающих кандидата, отличается от истинной доли не более чем на 0,02?
- Случайная величина  $X$  имеет плотность  $p(x) = c(x^2 - 3x + 3)$  при  $-1 \leq x \leq 1$  и  $p(x) = 0$  для остальных значений  $x$ . Определить константу  $c$  и подсчитать математическое ожидание и дисперсию.
- Пусть случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и заданы законами распределения

$x_i$	-1	0	1
$p_i$	0,4	0,2	0,4

$y_j$	0	1	2	3
$q_j$	0,2	0,4	0,1	0,3

Найти закон распределения величины  $Z = Y - X$  и математические ожидания и дисперсии величин  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

**Промежуточная аттестация (экзамен)**

**Примерные задания для экзаменационной контрольной работы:**

- Студент ищет формулу в трех справочниках. Обозначим через  $A_i$  событие, заключающееся в том, что нужная формула содержится в  $i$ -м справочнике,  $i = 1, 2, 3$ . Выразить через  $A_i$  следующие события:  $A$  - формула содержится только в одном справочнике;  $B$  - формула содержится хотя бы в одном справочнике;  $C$  - формулы нет ни в одном справочнике.

2. В ящике 12 деталей, среди которых 5 бракованных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей 2 качественные.
3. В первой урне содержится 10 шаров, из них 3 белых, во второй – 6 шаров, из них 2 белых. Из первой урны наудачу извлекли 1 шар и переложили во вторую урну. Найти вероятность того, что извлеченный после этого из второй урны шар окажется белым.
4. На заводе, изготавлиющем болты, первая машина производит 25%, вторая 35%, третья – 40% всех изделий. В их продукции брак составляет соответственно 5%, 4% и 2%. Какова вероятность того, что случайно выбранный болт дефектный.
5. Непрерывная случайная величина  $X$  имеет распределение  $F(x) = 0$  при  $x < -\pi/4$ ,  $F(x) = 1$  при  $x > \pi/4$ ,  $F(x) = c(1+\sin 2x)$  при  $-\pi/4 < x < \pi/4$ . Найти константу  $c$ , плотность  $f(x)$ ,  $P(-\pi/4 < X < \pi/2)$ . Подсчитать  $M[X]$  и  $D[X]$ , пользуясь интегрированием по частям.
6. Стрелок попадает в цель при одном выстреле с вероятностью  $3/4$ . Оценить вероятность того, что число попаданий в цель при 1200 выстрелах лежит в пределах между 885 и 930.
7. В ящике содержится 100 карточек, занумерованных числами  $1, 2, \dots, 100$ . Из ящика наудачу 200 раз вынимается карточка и сразу возвращается. Выписать формулу для вероятности того, что карточка с числом 1 появится ровно 3 раза и найти приближенное значение.
8. Пусть случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и заданы законами распределения

$x_i$	1	2	3
$p_i$	0,4	0,2	0,4

$y_j$	-1	0	1	2
$q_j$	0,2	0,4	0,1	0,3

Найти закон распределения величины  $Z = X - Y$  и математические ожидания и дисперсии величин  $X$ ,  $Y$  и  $Z$ .

### **Контрольные вопросы по дисциплине:**

- 1) Случайные события. Основные понятия алгебры событий.
- 2) Классическая вероятностная схема. Перестановки, размещения, сочетания.
- 3) Понятия условной вероятности и независимости событий.
- 4) Формула полной вероятности и формула Байеса.
- 5) Аксиоматика теории вероятностей.
- 6) Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Случай нескольких исходов.
- 7) Теорема Пуассона. Примеры её применения.
- 8) Локальная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
- 9) Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
- 10) Понятие случайной величины. Функции распределения и их свойства.
- 11) Понятие плотности для случайной величины с дифференцируемой функцией распределения.
- 12) Совместные распределения случайных величин. Плотность многомерных распределений.
- 13) Независимость случайных величин.
- 14) Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Вычисление математических ожиданий для различных видов случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины.
- 15) Понятие дисперсии. Свойства дисперсии. Вычисление дисперсии для различных видов случайных величин.
- 16) Понятие о моментах высших порядков.

- 17) Корреляция и коэффициент ковариации.
- 18) Биномиальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 19) Пуассоновский закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 20) Геометрический закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 21) Равномерный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 22) Экспоненциальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
- 23) Неравенства Чебышева. Закон больших чисел.
- 24) Предельные теоремы и примеры их применения.
- 25) Производящие и характеристические функции.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1. Список источников и литературы

#### Литература

##### Основная

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 538 с. — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431167>
2. Прохоров, Ю. В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике : учебник и практикум для академического бакалавриата / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 219 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-10807-1. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431560>

##### Дополнительная

1. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учебник / Б. В. Гнеденко. - Изд. 6-е, перераб. и доп. - М.: Наука, 1988. - 446 с. +1969,1961
2. Теория вероятностей. Математическая статистика [Электронный ресурс] / П. П. Бочаров, А. В. Печинкин. - 2-е изд. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 296 с. - ISBN 5-9221-0633-3. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/405754>
3. Теория вероятностей, математическая статистика в примерах, задачах и тестах: Учебное пособие. / Сапожников П.Н., Макаров А.А., Радионова М.В. - М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 496 с.: 60x90 1/16. - (Бакалавриат и магистратура) (П) ISBN 978-5-906818-47-8 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/548242>
4. Теория вероятностей с примерами и задачами: Учебное пособие / Ананьевский С.М., Невзоров В.Б. - СПб: СПбГУ, 2013. - 240 с.: ISBN 978-5-288-05491-4 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/940734>
5. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. - Изд. 6-е. - СПб.: Лань, 2003. - 269 с.

### 6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Бояршинов Б.С. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/mathematics/ptams/>
2. Чернова Н.И. Введение в теорию вероятностей. Учеб. курс НОУ ИНТУИТ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.intuit.ru/department/mathematics/intprobtheory/>
3. Учебно-образовательная физико-математическая библиотека на портале МИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>

4. Официальный портал проекта R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://www.r-project.org/>
5. Сетевые архивы системы R (CRAN). [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://cran.r-project.org/>
6. R — объектно-ориентированная статистическая среда [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://herba.msu.ru/shipunov/software/r/r-ru.htm>
7. Язык программирования и вычислительная среда R [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://r-statistics.livejournal.com/>
8. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2019 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

### Перечень программного обеспечения (ПО)

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
2	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
3	Язык программирования R	R сообщество	свободно распространяемое
4	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

## 8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- для слепых и слабовидящих:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением, или могут быть заменены устным ответом;
- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;
- для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
- письменные задания оформляются увеличенным шрифтом;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

- для глухих и слабослышащих:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, либо предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;
  - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
  - экзамен и зачёт проводятся в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

- для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
  - письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением;
  - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

При проведении процедуры оценивания результатов обучения предусматривается использование технических средств, необходимых в связи с индивидуальными особенностями обучающихся. Эти средства могут быть предоставлены университетом, или могут использоваться собственные технические средства.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- для слепых и слабовидящих:
  - в печатной форме увеличенным шрифтом;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.
- для глухих и слабослышащих:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа.
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - в печатной форме;
  - в форме электронного документа;
  - в форме аудиофайла.

Учебные аудитории для всех видов контактной и самостоятельной работы, научная библиотека и иные помещения для обучения оснащены специальным оборудованием и учебными местами с техническими средствами обучения:

- для слепых и слабовидящих:
  - устройством для сканирования и чтения с камерой SARA CE;

- дисплеем Брайля PAC Mate 20;
- принтером Брайля EmBraille ViewPlus;
- для глухих и слабослышащих:
  - автоматизированным рабочим местом для людей с нарушением слуха и слабослышащих;
  - акустический усилитель и колонки;
- для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
  - передвижными, регулируемые эргономическими партами СИ-1;
  - компьютерной техникой со специальным программным обеспечением.

## 9. Методические материалы

### 9.1. Планы практических занятий

#### Тема 1. Математические модели случайных явлений

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

#### Примерные задачи для решения в аудитории:

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 1 №№ 1-7, 8-17.

#### Контрольные вопросы:

1. Случайные события. Основные понятия алгебры событий.
2. Классическая вероятностная схема. Перестановки, размещения, сочетания
3. Аксиоматика теории вероятностей.
4. Генерирование псевдослучайных чисел

#### Тема 2. Схема независимых испытаний Бернулли

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

#### Примерные задачи для решения в аудитории:

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 1 №№ 18, 19, 21; гл. 2 №№ 1-8, 10, 14, 15.

#### Контрольные вопросы:

1. Понятия условной вероятности и независимости событий.
2. Формула полной вероятности и формула Байеса.
3. Последовательность независимых испытаний. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Случай нескольких исходов.
4. Теорема Пуассона. Примеры её применения.
5. Локальная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения.
6. Интегральная теорема Муавра-Лапласа. Примеры её применения

#### Тема 3. Понятие случайной величины

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

#### Примерные задачи для решения в аудитории:

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 4 №№ 1-7, 9-11, 13-15, 17, 18, 20, 25, 30.

#### Контрольные вопросы:



1. Понятие случайной величины. Функции распределения и их свойства.
2. Понятие плотности для случайной величины с дифференцируемой функцией распределения.
3. Совместные распределения случайных величин. Плотность многомерных распределений.
4. Независимость случайных величин.

#### **Тема 4. Основные характеристики случайных величин**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 5 №№ 1-9, 11-19, 23.

##### **Контрольные вопросы:**

1. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. Вычисление математических ожиданий для различных видов случайных величин. Математическое ожидание функции от случайной величины.
2. Понятие дисперсии. Свойства дисперсии. Вычисление дисперсии для различных видов случайных величин.
3. Понятие о моментах высших порядков.
4. Корреляция и коэффициент ковариации.
5. Биномиальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
6. Пуассоновский закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
7. Геометрический закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
8. Равномерный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия.
9. Экспоненциальный закон распределения и его характеристики: м.о., дисперсия

#### **Тема 5. Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 6 №№ 1-4, 7.

##### **Контрольные вопросы:**

1. Неравенства Чебышева.
2. Закон больших чисел.
3. Предельные теоремы и примеры их применения.

#### **Тема 6. Производящие и характеристические функции случайных величин**

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

##### **Примерные задачи для решения в аудитории:**

Упражнения из учебника Б.В. Гнеденко (дополнительная литература): гл. 7 №№ 1-5, 8-10, 15, 16; гл. 8 №№ 1-4.

##### **Контрольные вопросы:**

1. Определение производящих функций.
2. Свойства производящих функций.
3. Определение характеристических функций.
4. Свойства характеристических функций.

### Тема 7. Средства компьютерной реализации вероятностных моделей

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков

#### Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Построить модели следующих вероятностных экспериментов: 1) симметричную монету подбросили один раз; 2) игральный кубик подбросили один раз; 3) монету подбросили три раза; 4) два игровых кубика подбросили один раз; 5) определили пол новорождённого (вероятность рождения мальчика считать равной 0.517); 6) из урны, содержащей 8 белых, 15 красных и 14 чёрных шаров, вынули произвольно 7 шаров; 7) стреляли по цели до первого попадания (вероятность попадания при каждом выстреле 0.3). Каждый эксперимент проделать 1000 раз, создать отдельную таблицу данных с результатами для каждого эксперимента и сохранить все таблицы в одном бинарном файле.
2. Найти с точностью до 0.001 вероятность того, что квадратное уравнение  $x^2+bx+c=0$  имеет два действительных корня, если его коэффициенты произвольные действительные числа, и  $b \in [-2; 2]$ ,  $c \in [0; 1]$ .
3. Найти с точностью до 0.001 статистическую вероятность того, что при однократном подбрасывании трёх игровых кубиков сумма очков будет равна 10, 11 или 12.
4. В среднем по 14% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Используя встроенные функции системы R, найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — из тридцати договоров будет связано с выплатой страховой суммы четыре договора; В — из тридцати договоров будет связано с выплатой страховой суммы менее трёх договоров; С — из тридцати договоров будет связано с выплатой страховой суммы более пяти договоров.
5. В партии 180 изделий, из которых 20 не соответствуют стандарту. Из партии взяли случайно 10 изделий. Найти закон распределения числа нестандартных изделий в выборке. Вычислить вероятности значений случайной величины с точностью до 0.001 и построить полигон распределения вероятностей. Найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[2; 4]$ ; В — эта случайная величина принимает значения, большие 5; С — эта случайная величина принимает значения, меньшие 3.
6. Непрерывная случайная величина имеет плотность распределения вероятностей  $f(x)=1/(\exp(c*x)+\exp(-3*x))$ , где  $c=1.1357$ . Найти функцию распределения случайной величины и построить её график. С помощью функции распределения найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий: А — эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[-2; 3]$ ; В — эта случайная величина принимает значения, большие 3; С — эта случайная величина принимает значения, меньшие -2.
7. Функция распределения случайной величины имеет вид  $F(x)=1/(1+\exp(-x))$ . Найти с точностью до 0.001 следующие числовые характеристики этой случайной величины: математическое ожидание  $MX$ , дисперсию  $DX$ , среднее квадратическое отклонение  $SDX$ , начальные  $\alpha[i]$  и центральные  $\mu[i]$  моменты до 4 порядка включительно ( $i=1,2,3,4$ ), асимметрию  $As$ , эксцесс  $E$ . Найти вероятность того, что эта случайная величина принимает значения на отрезке  $[MX-3*SDX; MX+3*SDX]$ .

8. В среднем по 9% договоров страховая компания выплачивает страховую сумму. Случайная величина — число договоров, по которым придётся выплачивать страховую сумму, если было заключено 25 договоров. Найти квантиль  $q$  уровня 0.95 этой случайной величины. Построить график зависимости квантили от её уровня.
9. Размер вклада в банке для физического лица — случайная величина  $Y$  (усл. ед.), которая задаётся функциональной зависимостью  $Y = \exp(X)$ , где  $X$  — случайная величина, имеющая нормальный закон распределения с математическим ожиданием, равным 7 и стандартным отклонением, равным 1.2. Найти числовые характеристики случайной величины  $Y$ , её закон распределения и построить графики функции распределения и плотности вероятности. Найти с точностью до 0.001 вероятности следующих событий:  $A$  — случайная величина  $Y$  принимает значения на отрезке  $[2000; 5000]$ ;  $B$  — случайная величина  $Y$  принимает значения, большие 10000;  $C$  — случайная величина  $Y$  принимает значения, меньшие 2000.
10. Участник лотереи "Спортлото 6 из 49" отметил в карточке 6 из имеющихся 49 номеров. Число верно угаданных "выигрышных" номеров среди 6 отмеченных представляет собой случайную величину. С помощью вероятностного эксперимента получить 1000000 значений (реализаций) этой случайной величины.

**Контрольные вопросы:**

1. Моделирование вероятностного эксперимента.
2. Генерирование псевдослучайных чисел.
3. Компьютерное вычисление вероятностей случайных событий.
4. Использование встроенных функций основных законов распределения.

**АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Дисциплина «Теория вероятностей» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: формирование у будущих специалистов по прикладной математике базовых представлений о теории вероятностей под углом зрения их практического использования в различных областях научных исследований и инженерной практики. Задачи: обучение слушателей элементам математического моделирования с использованием основных понятий, теорем и методов теории вероятностей и приобретение студентами базовых навыков работы с применением специальных программных средств.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

- ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*Знать:* алгебру случайных событий, основные характеристики случайных величин, часто используемые законы распределения; закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей

*Уметь:* вычислять вероятности случайных событий, анализировать и моделировать законы распределения случайных величин и определять их характеристики, применять основные теоремы теории вероятностей

*Владеть:* вероятностным подходом к постановке и решению задач, навыками работы с библиотеками прикладных программ для решения вероятностных задач.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.

Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

**ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ**

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1	Приложение к листу изменений №1	22.06.20	13

**1. Структура дисциплины (п.2 для набора 2020г.)**

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 152 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 56 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 78 ч.

Таблица 1

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Математические модели случайных явлений	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
2	Схема независимых испытаний Бернулли	3	4	4		14	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий Контрольная работа №1
3	Понятие случайной величины	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
4	Основные характеристики случайных величин	3	4	4		14	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий Контрольная работа №2
5	Закон больших чисел и предельные теоремы теории вероятностей	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
6	Производящие и характеристические функции случайных величин	3	4	4		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
7	Средства компьютерной реализации вероятностных моделей	3		8		10	Опрос Отчет по выполнению внеаудиторных заданий
	Экзамен	3			18		экзамен по билетам итоговая контрольная работа
	<b>Итого:</b>		<b>24</b>	<b>32</b>	<b>18</b>	<b>78</b>	

**2. Образовательные технологии (к п.4 на 2020г.)**

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного

обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;
- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

### 3. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п. 6.2 на 2020г.)

Таблица 2

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press ProQuest Dissertation & Theses Global SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

### 4. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2020г.)

Таблица 3

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP или Windows 7	Microsoft	лицензионное
3	Язык программирования R	R сообщество	свободно распространяемое
4	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
5	Zoom	Zoom	лицензионное